Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. A. Pott, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik III

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
WiSe 2017/18
31.01.2018

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Punkte					

Gesamtpunktzahl der Klausur = 50	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.
- Kein Taschenrechner.
- Sie dürfen ein beidseitig beschrieben/bedrucktes Blatt (A4 Format) als "Formelsammlung" benutzen.
- Pro Aufgabe gibt es 10 Punkte.

Viel Erfolg!

1. Eine Zufallsvariable X genügt einer Verteilung mit dem Erwartungswert $E(X) = 1,6$. In der folgenden Wahrscheinlichkeitstabelle dieser Verteilung sind Informationen über x_1 und $P(X = x_1) = p_1$ verloren gegangen:

i	1	2	3	4
x_i	x_1	0	1	3
$P(X = x_i)$	p_1	0,3	0,05	0,25

   (a) Bestimmen Sie die fehlenden Einträge x_1 und $P(X = x_1)$.

   (b) Geben Sie die Verteilungsfunktion $F(t)$ der diskreten Zufallsvariablen X an.

   (c) Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion $F(t)$ im Intervall $-1 \leq t \leq 6$.

   (d) Berechnen Sie $P(X > 2)$ und $P(0 \leq X \leq 3)$.

2. Ein Studierender der Informatik fährt im Sommer ans Meer und informiert sich über die dortigen Mittagstemperaturen. Er erfährt, dass die Mittagstemperatur als eine normalverteilte Zufallsvariable mit einem Erwartungswert von $\mu = 25\,^oC$ und der Varianz von $\sigma^2 = (3\,^oC)^2$ angenommen werden kann.

   (a) Üblicherweise geht er bei einer Mittagstemperatur unter $19\,^oC$ nicht ins Wasser. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dies der Fall?

   (b) Welche Mindesttemperatur wird an 90% der Sommertage mindestens erreicht?

   (c) Eine Kommilitonin besucht ihn und möchte wegen der starken Sonne nicht ins Wasser, wenn die Mittagstemperatur über $31\,^oC$ ansteigt. Prüfen Sie, ob die Wahrscheinlichkeit für eine Mittagstemperatur unter $19\,^oC$ sich wesentlich von der Wahrscheinlichkeit für eine Mittagstemperatur über $31\,^oC$ unterscheidet.

3. Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ hat die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & \lambda \end{pmatrix}$$

eine Cholesky-Zerlegung?

4. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{3x+\sin(\frac{\pi}{2}x)}{x+1}$.

   (a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom vom Grad 2 mit den Stützstellen $x_0 = 0,\ x_1 = 1$ und $x_2 = 2$.

   (b) Bestimmen Sie das Ausgleichspolynom ersten Grades $q(x) = c_0 + c_1 x$, indem Sie das Gleichungssystem $\mathbf{A}^T\mathbf{A}\mathbf{c} = \mathbf{A}^T\mathbf{y}$ mit $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_0 \\ 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ f(x_1) \\ f(x_2) \end{bmatrix}$ lösen.

5. Gegeben seien die Differentialgleichungen $(DGL1)\ :\ x^2y' + y = x^3y$ und $(DGL2)\ :\ 4 \cdot \dfrac{d^2S}{dt^2} - S = 2t$.

   (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $(DGL1)$.

   (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit dieser Differentialgleichung $(DGL1)$ und $y(1) = \sqrt{e^3}$.

   (c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung von $(DGL2)$.

   (d) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung $(DGL2)$.